一、教材分析

1.教材中的地位及作用

 本节课是学生在已掌握双曲线的定义及标准方程之后，在此基础上，反过来利用双曲线的标准方程研究其几何性质。它是教学大纲要求学生必须掌握的内容，也是高考的一个考点，是深入研究双曲线，灵活运用双曲线的定义、方程、性质解题的基础，更能使学生理解、体会解析几何这门学科的研究方法，培养学生的解析几何观念，提高学生的数学素质。

2.教学目标的确定及依据

 平面解析几何研究的主要问题之一就是：通过方程，研究平面曲线的性质。教学参考书中明确要求：学生要掌握圆锥曲线的性质，初步掌握根据曲线的方程，研究曲线的几何性质的方法和步骤。根据这些教学原则和要求，以及学生的学习现状，我制定了本节课的教学目标。

（1）知识目标：①使学生能运用双曲线的标准方程讨论双曲线的范围、对称性、顶点、离心率、渐近线等几何性质；

 ②掌握双曲线标准方程中

的几何意义，理解双曲线的渐近线的概念及证明；

 ③能运用双曲线的几何性质解决双曲线的一些基本问题。

（2）能力目标：①在与椭圆的性质的类比中获得双曲线的性质，培养学生的观察能力，想象能力，数形结合能力，分析、归纳能力和逻辑推理能力，以及类比的学习方法；

 ②使学生进一步掌握利用方程研究曲线性质的基本方法，加深对直角坐标系中曲线与方程的概念的理解。

（3）德育目标：培养学生对待知识的科学态度和探索精神，而且能够运用运动的，变化的观点分析理解事物。

3.重点、难点的确定及依据

对圆锥曲线来说，渐近线是双曲线特有的性质，而学生对渐近线的发现与证明方法接受、理解和掌握有一定的困难。因此，在教学过程中我把渐近线的发现作为重点，充分暴露思维过程，培养学生的创造性思维，通过诱导、分析，巧妙地应用极限思想导出了双曲线的渐近线方程。这样处理将数学思想渗透于其中，学生也易接受。因此，我把渐近线的证明作为本节课的难点，根据本节的教学内容和教学大纲以及高考的要求，结合学生现有的实际水平和认知能力，我把渐近线和离心率这两个性质作为本节课的重点。

4.教学方法

 这节课内容是通过双曲线方程推导、研究双曲线的性质，本节内容类似于“椭圆的简单的几何性质”，教学中可以与其类比讲解，让学生自己进行探究，得到类似的结论。在教学中，学生自己能得到的结论应该让学生自己得到，凡是难度不大，经过学习学生自己能解决的问题，应该让学生自己解决，这样有利于调动学生学习的积极性，激发他们的学习积极性，同时也有利于学习建立信心，使他们的主动性得到充分发挥，从中提高学生的思维能力和解决问题的能力。

渐近线是双曲线特有的性质，我们常利用它作出双曲线的草图，而学生对渐近线的发现与证明方法接受、理解和掌握有一定的困难。因此，在教学过程中着重培养学生的创造性思维，通过诱导、分析，从已有知识出发，层层设（释）疑，激活已知，启迪思维，调动学生自身探索的内驱力，进一步清晰概念（或图形）特征，培养思维的深刻性。

例题的选备，可将此题作一题多变（变条件，变结论），训练学生一题多解，开拓其解题思路，使他们在做题中总结规律、发展思维、提高知识的应用能力和发现问题、解决问题能力。

二、教学程序

（一）.设计思路

 （二）.教学流程

1.复习引入

我们已经学习过椭圆的标准方程和双曲线的标准方程，以及椭圆的简单的几何性质，请同学们来回顾这些知识点，对学习的旧知识加以复习巩固，同时为新知识的学习做准备，利用多媒体工具的先进性，结合图像来演示。

2．观察、类比

这节课内容是通过双曲线方程推导、研究双曲线的性质，本节内容类似于“椭圆的简单的几何性质”，教学中可以与其类比讲解，让学生自己进行探究，首先观察双曲线的形状，试着按照椭圆的几何性质，归纳总结出双曲线的几何性质。一般学生能用类似于推导椭圆的几何性质的方法得出双曲线的范围、对称性、顶点、离心率，对知识的理解不能浮于表面只会看图，也要会从方程的角度来解释，抓住方程的本质。用多媒体演示，加强学生对双曲线的简单几何性质范围、对称性、顶点（实轴、虚轴）、离心率（不深入的讲解）的巩固。之后，比较双曲线的这四个性质和椭圆的性质有何联系及区别，这样可以加强新旧知识的联系，借助于类比方法，引起学生学习的兴趣，激发求知欲。

3.双曲线的渐近线的发现、证明

（1）发现

由椭圆的几何性质，我们能较准确地画出椭圆的图形。那么，由双曲线的几何性质，能否较准确地画出双曲线

的图形为引例，让学生动笔实践，通过列表描点，就能把双曲线的顶点及附近的点较准确地画出来，但双曲线向远处如何伸展就不是很清楚。从而说明想要准确的画出双曲线的图形只有那四个性质是不行的。

从学生曾经学习过的反比例函数入手，而且可以比较精确的画出反比例函数

的图像，它的图像是双曲线，当双曲线伸向远处时，它与x、y轴无限接近，此时x、y轴是

的渐近线，为后面引出渐近线的概念埋下伏笔。从而让学生猜想双曲线

有何特征？有没有渐近线？由于双曲线的对称性，我们只须研究它的图形在第一象限的情况即可。在研究双曲线的范围时，由双曲线的标准方程

，可解出

，

，当x无限增大时，y也随之增大，不容易发现它们之间的微妙关系。但是如果将式子变形为

，我们就会发现：当x无限增大，

逐渐减小、无限接近于0，而

就逐渐增大、无限接近于1(

)；若将

变形为

，即说明此时双曲线在第一象限，当x无限增大时，其上的点与坐标原点之间连线的斜率比1小，但与斜率为1的直线无限接近，且此点永远在直线

的下方。其它象限向远处无限伸展的变化趋势就可以利用对称性得到，从而可知双曲线

的图形在远处与直线

无限接近，此时我们就称直线

叫做双曲线

的渐近线。这样从已有知识出发，层层设（释）疑，激活已知，启迪思维，调动学生自身探索的内驱力，进一步清晰概念（或图形）特征，培养思维的深刻性。

利用由特殊到一般的规律，就可以引导学生探寻双曲线

(a>0，b>0)的渐近线，让学生同样利用类比的方法，将其变形为

，

，由于双曲线的对称性，我们可以只研究第一象限向远处的变化趋势，继续变形为

，

，可发现当x无限增大时，

逐渐减小、无限接近于0，

逐渐增大、无限接近于

，即说明对于双曲线在第一象限远处的点与坐标原点之间连线的斜率比

小，与斜率为

的直线无限接近，且此点永远在直线

下方。其它象限向远处无限伸展的变化趋势可以利用对称性得到，从而可知双曲线

(a>0，b>0)的图形在远处与直线

无限接近，直线

叫做双曲线

(a>0，b>0)的渐近线。我就是这样将渐近线的发现作为重点，充分暴露思维过程，培养学生的创造性思维，通过诱导、分析，巧妙地应用极限思想导出了双曲线的渐近线方程。这样处理将数学思想渗透于其中，学生也易接受。

（2）证明

如何证明直线

是双曲线

(a>0，b>0)的渐近线呢？

启发思考①：首先，逐步接近，转换成什么样的数学语言？（x→∞,d→0）

启发思考②：显然有四处逐步接近，是否每一处都进行证明？

启发思考③：锁定第一象限后，具体地怎样利用x表示d

（工具是什么：点到直线的距离公式）

启发思考④：让学生设点，而d的表达式较复杂，能否将问题进行转化？

分析：要证明直线

是双曲线

(a>0，b>0)的渐近线，即要证明随着x的增大，直线和曲线越来越靠拢。也即要证曲线上的点到直线的距离

｜MQ｜越来越短，因此把问题转化为计算｜MQ｜。但因｜MQ｜不好直接求得，因此又可以把问题转化为求｜MN｜。

启发思考⑤：这样证明后，还须交代什么？

（在其他象限，同理可证，或由对称性可知有相似情况）

引导学生层层深入的进行探究，从而更深刻的理解双曲线的渐近线的发现及证明过程。

（3）深化

再来研究实轴在y轴上的双曲线

(a>0，b>0)的渐近线方程就会变得容易很多，此时可利用类比的方法或者利用对称性得到焦点在y轴上的双曲线的渐近线方程即为

。

这样，我们就完满地解决了画双曲线远处趋向问题，从而可比较精确的画出双曲线。但是如果仔细观察渐近线实质就是双曲线过实轴端点、虚轴端点，作平行与坐标轴的直线

所成的矩形的两条对角线，数形结合，来加强对双曲线的渐近线的理解。

4.离心率的几何意义

椭圆的离心率反映椭圆的扁平程度，双曲线离心率有何几何意义呢？不难得到：

，这是刚刚学生在类比椭圆的几何性质时就可以得到的简单结论。通过对离心率的研究，同样也可以使学生进一步加深对渐近线的理解。

由等式

，可得：

，不难发现：e越小（越接近于1），

就越接近于0，双曲线开口越小；e越大，

就越大，双曲线开口越大。所以，双曲线的离心率反映的是双曲线的开口大小。通过对这些性质的探究，就可以更好的理解双曲线图形与这些基本量之间的关系，更加准确的作出双曲线的图形。

5. 例题分析

为突出本节内容，使学生尽快掌握刚才所学的知识。我选配了这样的例题：

例1.求双曲线9x2－16y2=144的实半轴长和虚半轴长、顶点和焦点坐标、渐近线方程、离心率。选题目的在于拿到一个双曲线的方程之后若不是标准式，要先将所给的双曲线方程化为标准方程，后根据标准方程分别求出有关量。本题求渐近线的方程的方法：（1）直接根据渐近线方程写出；（2）利用双曲线的图形中的矩形框架的对角线得到。加强对于双曲线的渐近线的应用和理解。

变1：求双曲线9y2－16x2=144的实半轴长和虚半轴长、顶点和焦点坐标、渐近线方程、离心率。选题目的：和上题相同先将所给的双曲线方程化为标准方程，后根据标准方程分别求出有关量；但求渐近线时可直接求出，也可以利用对称性来求解。

关键在于对比：双曲线的形状不变，但在坐标系中的位置改变，它的那些性质改变，那些性质不变？试归纳双曲线的几何性质。（小结列表）

变2：已知双曲线的渐近线方程是

，且经过点(