

威海市 2016 年初中学业考试

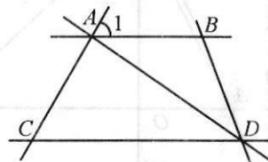
数 学

注意事项:

1. 本试卷共 6 页, 共 120 分. 考试时间 120 分钟. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.
2. 答题前, 请务必用 0.5 毫米黑色签字笔将自己的姓名、准考证号、座号填写在答案卡和试卷规定的位置上.
3. 选择题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号.
4. 非选择题必须用 0.5 毫米黑色签字笔作答, 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新的答案; 不能使用涂改液、胶带纸、修正带. 不要求保留精确度的题目, 计算结果保留准确值.
5. 写在试卷上或答题卡指定区域以外的答案一律无效.

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一个是正确的. 每小题选对得 3 分, 选错、不选或多选, 均不得分)

1. $-\frac{1}{3}$ 的相反数是
A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$
2. 函数 $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x}$ 的自变量 x 的取值范围是
A. $x \geq -2$ B. $x \geq -2$ 且 $x \neq 0$
C. $x \neq 0$ D. $x > 0$ 且 $x \neq -2$
3. 如图, $AB \parallel CD$, $DA \perp AC$, 垂足为 A . 若 $\angle ADC = 35^\circ$, 则 $\angle 1$ 的度数为
A. 65°
B. 55°
C. 45°
D. 35°
4. 下列运算正确的是
A. $x^3 + x^2 = x^5$ B. $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$
C. $(-x^3)^2 \div x^5 = 1$ D. $(-xy)^3 \cdot (-xy)^2 = -xy$



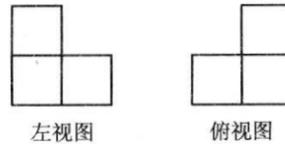
(第 3 题图)

5. 已知 x_1, x_2 是关于 x 的方程 $x^2 + ax - 2b = 0$ 的两实数根, 且 $x_1 + x_2 = -2, x_1 \cdot x_2 = 1$, 则 b^a 的值是

- A. $\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. 4 D. -1

6. 一个几何体由几个大小相同的小正方体搭成, 其左视图和俯视图如图所示, 则搭成这个几何体的小正方体的个数是

- A. 3 B. 4
C. 5 D. 6



(第 6 题图)

7. 若 $x^2 - 3y - 5 = 0$, 则 $6y - 2x^2 - 6$ 的值为

- A. 4 B. -4 C. 16 D. -16

8. 实数 a, b 在数轴上的位置如图所示, 则 $|a| - |b|$ 可化简为

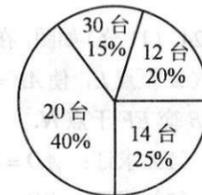
- A. $a - b$
B. $b - a$
C. $a + b$
D. $-a - b$



(第 8 题图)

9. 某电脑公司销售部为了制订下个月的销售计划, 对 20 位销售员本月的销售量进行了统计, 绘制成如图所示的统计图. 则这 20 位销售人员本月销售量的平均数、中位数、众数分别是

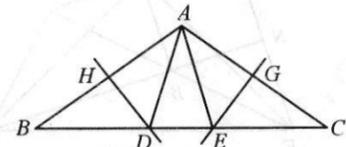
- A. 19, 20, 14
B. 19, 20, 20
C. 18.4, 20, 20
D. 18.4, 25, 20



(第 9 题图)

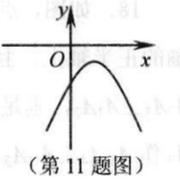
10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \angle C = 36^\circ$. AB 的垂直平分线交 BC 于点 D , 交 AB 于点 H . AC 的垂直平分线交 BC 于点 E , 交 AC 于点 G . 连接 AD, AE . 则下列结论错误的是

- A. $\frac{BD}{BC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$
B. AD, AE 将 $\angle BAC$ 三等分
C. $\triangle ABE \cong \triangle ACD$
D. $S_{\triangle ADH} = S_{\triangle CEG}$

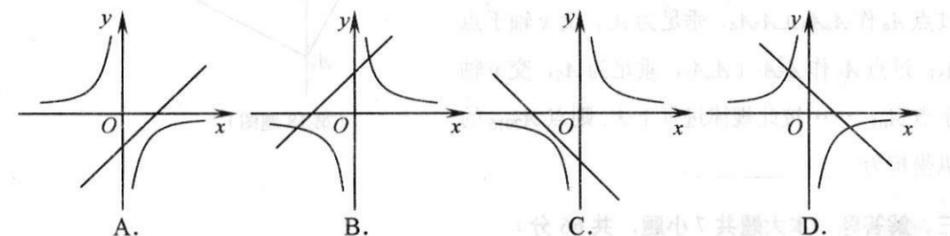


(第 10 题图)

11. 已知二次函数 $y = -(x-a)^2 - b$ 的图象如右图所示, 则反比例函数 $y = \frac{ab}{x}$ 与一次函数 $y = ax + b$ 的图象可能是

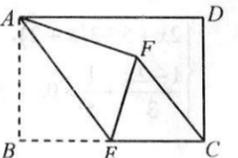


(第 11 题图)



12. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4, BC = 6$, 点 E 为 BC 的中点. 将 $\triangle ABE$ 沿 AE 折叠, 使点 B 落在矩形内点 F 处, 连接 CF . 则 CF 的长为

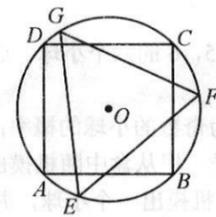
- A. $\frac{9}{5}$ B. $\frac{12}{5}$
C. $\frac{16}{5}$ D. $\frac{18}{5}$



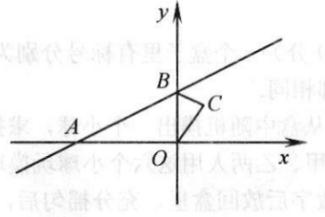
(第 12 题图)

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分. 只要求填出最后结果)

13. 蜜蜂建造的蜂巢既坚固又省料, 其厚度约为 0.000073 米. 将 0.000073 用科学记数法表示为 _____.
14. 计算: $\sqrt{18} - \sqrt{8} =$ _____.
15. 分解因式: $(2a+b)^2 - (a+2b)^2 =$ _____.
16. 如图, 正方形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, 其边长为 4, 则 $\odot O$ 的内接正三角形 EFG 的边长为 _____.



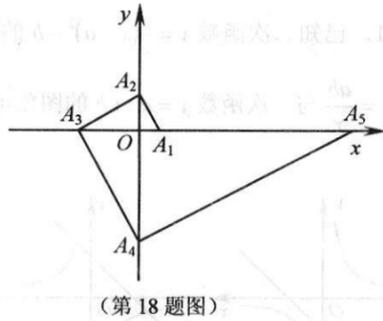
(第 16 题图)



(第 17 题图)

17. 如图, 直线 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , $\triangle BOC$ 与 $\triangle B'O'C'$ 是以点 A 为位似中心的位似图形, 且相似比为 1:3, 则点 B 的对应点 B' 的坐标为 _____.

18. 如图, 点 A_1 的坐标为 $(1, 0)$, A_2 在 y 轴的正半轴上, 且 $\angle A_1A_2O = 30^\circ$. 过点 A_2 作 $A_2A_3 \perp A_1A_2$, 垂足为 A_2 , 交 x 轴于点 A_3 ; 过点 A_3 作 $A_3A_4 \perp A_2A_3$, 垂足为 A_3 , 交 y 轴于点 A_4 ; 过点 A_4 作 $A_4A_5 \perp A_3A_4$, 垂足为 A_4 , 交 x 轴于点 A_5 ; 过点 A_5 作 $A_5A_6 \perp A_4A_5$, 垂足为 A_5 , 交 y 轴于点 A_6 ; ... 按此规律进行下去, 则点 A_{2016} 的纵坐标为 _____.



(第18题图)

三、解答题 (本大题共7小题, 共66分)

19. (7分) 解不等式组, 并把解集表示在数轴上.

$$\begin{cases} 2x+5 \leq 3(x+2), & \text{①} \\ \frac{1-2x}{3} + \frac{1}{5} > 0. & \text{②} \end{cases}$$

20. (8分) 某校进行期末体育达标测试, 甲、乙两班的学生数相同, 甲班有48人达标, 乙班有45人达标, 甲班的达标率比乙班高6%, 求乙班的达标率.

21. (9分) 一个盒子里有标号分别为1, 2, 3, 4, 5, 6的六个小球, 这些小球除标号数字外都相同.

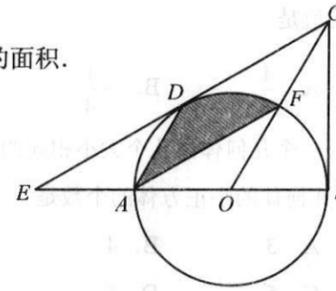
(1) 从盒中随机摸出一个小球, 求摸到标号数字为奇数的小球的概率;

(2) 甲、乙两人用这六个小球玩摸球游戏. 规则是: 甲从盒中随机摸出一个小球, 记下标号数字后放回盒里, 充分摇匀后, 乙再从盒中随机摸出一个小球, 并记下标号数字. 若两次摸到小球的标号数字同为奇数或同为偶数, 则判甲赢; 若两次摸到小球的标号数字为一奇一偶, 则判乙赢. 请用列表法或画树状图的方法说明这个游戏对甲、乙两人是否公平.

22. (9分) 如图, 在 $\triangle BCE$ 中, 点 A 是边 BE 上一点, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 与 CE 相切于点 D , $AD \parallel OC$, 点 F 为 OC 与 $\odot O$ 的交点, 连接 AF .

(1) 求证: CB 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\angle ECB = 60^\circ$, $AB = 6$, 求图中阴影部分的面积.

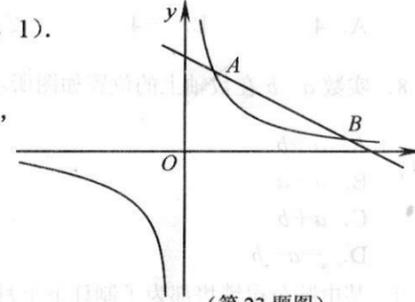


(第22题图)

23. (10分) 如图, 反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象与一次函数 $y = kx + b$ 的图象交于 A, B 两点, 点 A 的坐标为 $(2, 6)$, 点 B 的坐标为 $(n, 1)$.

(1) 求反比例函数与一次函数的表达式;

(2) 点 E 为 y 轴上的一个动点, 若 $S_{\triangle AEB} = 5$, 求点 E 的坐标.



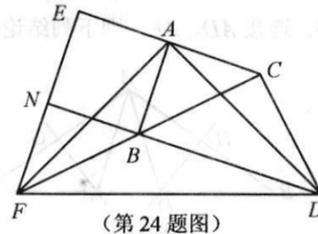
(第23题图)

24. (11分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle BCD$ 中, $\angle BAC = \angle BCD = 90^\circ$, $AB = AC$, $CB = CD$. 延长 CA 至点 E , 使 $AE = AC$; 延长 CB 至点 F , 使 $BF = BC$. 连接 AD, AF, DF, EF . 延长 DB 交 EF 于点 N .

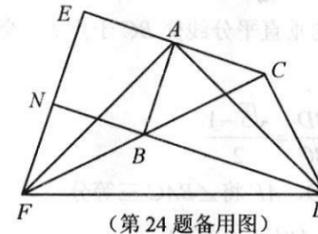
(1) 求证: $AD = AF$;

(2) 求证: $BD = EF$;

(3) 试判断四边形 $ABNE$ 的形状, 并说明理由.



(第24题图)



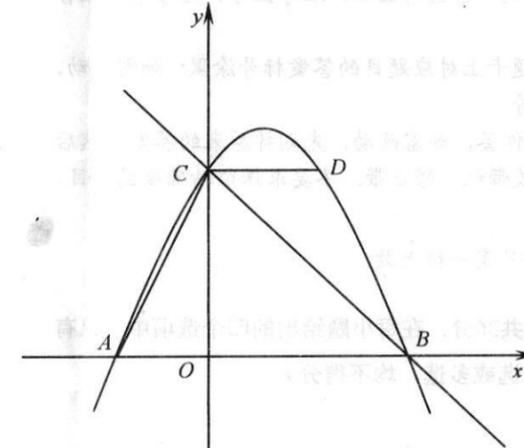
(第24题备用图)

25. (12分) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象经过点 $A(-2, 0)$, 点 $B(4, 0)$, 点 $D(2, 4)$, 与 y 轴交于点 C , 作直线 BC , 连接 AC, CD .

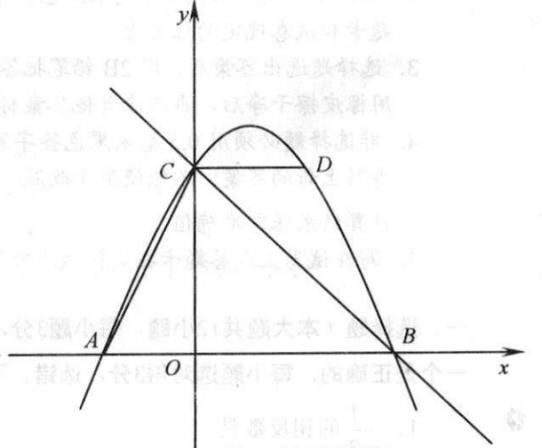
(1) 求抛物线的函数表达式;

(2) E 是抛物线上的点, 求满足 $\angle ECD = \angle ACO$ 的点 E 的坐标;

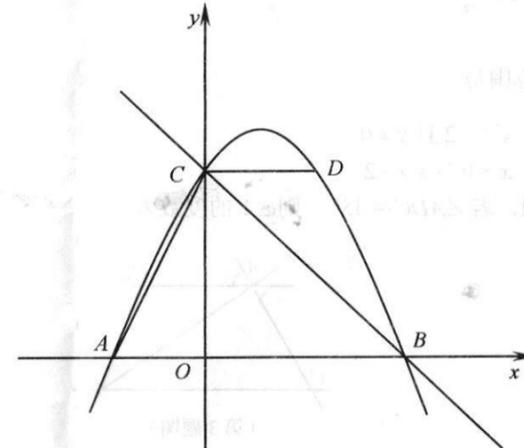
(3) 点 M 在 y 轴上且位于点 C 上方, 点 N 在直线 BC 上, 点 P 为第一象限内抛物线上一点. 若以点 C, M, N, P 为顶点的四边形是菱形, 求菱形的边长.



(第25题图)



(第25题备用图①)



(第25题备用图②)

数学试题参考解答及评分意见

评卷说明:

1. 第一大题(选择题)和第二大题(填空题)的每小题,只有满分和零分两个评分档,不给中间分.
2. 第三大题(解答题)每小题的解答中所对应的分数,是指考生正确解答到该步骤所应得的累计分数.部分试题有多种解法,对考生的其他解法,请参照评分意见进行评分.
3. 如果考生在解答的中间过程出现计算错误,但并没有改变试题的实质和难度,其后续部分酌情给分,但最多不超过正确解答分数的一半;若出现严重的逻辑错误,后续部分就不再给分.

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 3 分,共 36 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	B	B	D	A	B	D	C	C	A	B	D

二、填空题(本大题共 6 小题,每小题 3 分,共 18 分)

13. 7.3×10^5 ; 14. $\sqrt{2}$; 15. $3(a+b)(a-b)$; 16. $2\sqrt{6}$; 17. (4,3)或(-8,-3); 18. $-(\sqrt{3})^{2015}$.

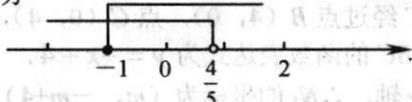
三、解答题(本大题共 7 小题,共 66 分)

19. (本小题满分 7 分)

解: 解不等式①, 得 $x \geq -1$ 2 分

解不等式②, 得 $x < \frac{4}{5}$ 4 分

∴ 原不等式组的解集为 $-1 \leq x < \frac{4}{5}$ 5 分

∴ 原不等式组的解集在数轴上表示为:  7 分

20. (本小题满分 8 分)

解: 设乙班的达标率为 x , 则甲班的达标率为 $(x+6\%)$, 根据题意, 得 1 分

$$\frac{48}{x+6\%} = \frac{45}{x} \text{ 4 分}$$

解这个方程, 得 $x=0.9$ 6 分

经检验, $x=0.9$ 是所列方程的根. 7 分

答: 乙班的达标率为 90%. 8 分

21. (本小题满分 9 分)

解: (1) $P_{(奇)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$; 3 分

(2)

	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

6 分

由此可见, 共有 36 种等可能结果, 其中摸到小球的标号数字同为奇数或同为偶数的结果有 18 种, 摸到小球的标号数字为一奇一偶的结果有 18 种.

$$\therefore P_{(甲)} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}, P_{(乙)} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2} \text{ 8 分}$$

∴ 这个游戏对甲、乙两人是公平的. 9 分

22. (本小题满分 9 分)

解: (1) 连接 OD , 与 AF 相交于点 G 1 分

∵ CE 与 $\odot O$ 相切于点 D ,

∴ $OD \perp CE$. ∴ $\angle CDO = 90^\circ$ 2 分

∵ $AD \parallel OC$, ∴ $\angle ADO = \angle 1$, $\angle DAO = \angle 2$.

∵ $OA = OD$, ∴ $\angle ADO = \angle DAO$. ∴ $\angle 1 = \angle 2$.

在 $\triangle CDO$ 和 $\triangle CBO$ 中, $OD = OB$, $\angle 1 = \angle 2$, $OC = OC$,

∴ $\triangle CDO \cong \triangle CBO$ 4 分

∴ $\angle CBO = \angle CDO = 90^\circ$, ∴ CB 是 $\odot O$ 的切线. 5 分

(2) 由 (1) 得, $\triangle CDO \cong \triangle CBO$,

∴ $\angle 3 = \angle OCB$, $\angle 1 = \angle 2$.

∵ $\angle ECB = 60^\circ$, ∴ $\angle 3 = \frac{1}{2} \angle ECB = 30^\circ$.

∴ $\angle 1 = \angle 2 = 60^\circ$ 6 分

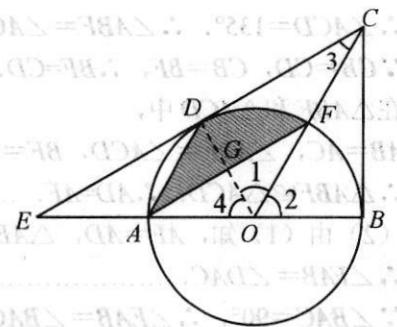
∴ $\angle 4 = 60^\circ$.

∵ $OA = OD$, ∴ $\triangle OAD$ 为等边三角形. ∴ $AD = OD = OF$. 由 (1) 得, $\angle 1 = \angle ADO$.

在 $\triangle ADG$ 和 $\triangle FOG$ 中, $\angle 1 = \angle ADG$, $\angle FGO = \angle AGD$, $AD = FO$,

∴ $\triangle ADG \cong \triangle FOG$, ∴ $S_{\triangle ADG} = S_{\triangle FOG}$ 7 分

∵ $AB = 6$, ∴ $\odot O$ 的半径 $r = 3$. ∴ $S_{阴影} = S_{扇形 DOF} = \frac{60\pi \cdot 3^2}{360} = \frac{3}{2}\pi$ 9 分



(第 22 题图)

23. (本小题满分 10 分)

解: (1) 把点 $A(2, 6)$ 代入 $y = \frac{m}{x}$, 得 $m = 12$. ∴ $y = \frac{12}{x}$ 2 分

把点 $B(n, 1)$ 代入 $y = \frac{12}{x}$, 得 $n = 12$. ∴ 点 B 的坐标为 $(12, 1)$ 3 分

由直线 $y = kx + b$ 过点 $A(2, 6)$, 点 $B(12, 1)$ 得 $\begin{cases} 2k + b = 6, \\ 12k + b = 1. \end{cases}$ 解, 得 $\begin{cases} k = -\frac{1}{2}, \\ b = 7. \end{cases}$

∴ 所求一次函数的表达式为 $y = -\frac{1}{2}x + 7$ 4 分

(2) 如图, 设直线 AB 与 y 轴的交点为 P , 点 E 的坐标为 $(0, m)$, 连接 AE , BE .

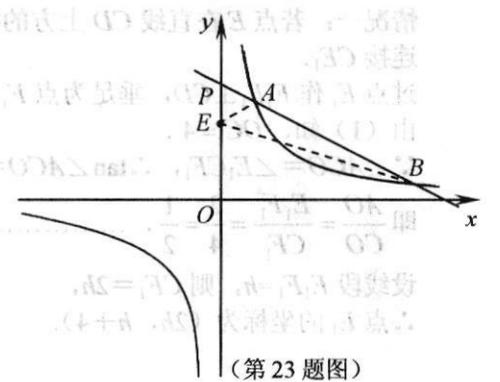
则点 P 的坐标为 $(0, 7)$ 5 分

∴ $PE = |m - 7|$ 7 分

∵ $S_{\triangle AEB} = S_{\triangle BEP} - S_{\triangle AEP} = 5$,

$$\therefore \frac{1}{2} \times |m - 7| \times (12 - 2) = 5.$$

∴ $|m - 7| = 1$ 8 分



(第 23 题图)

$\therefore m_1=6, m_2=8$.
 \therefore 点E的坐标为(0, 6)或(0, 8).10分

24. (本小题满分11分)

证明: (1) $\because AB=AC, \angle BAC=90^\circ, \therefore \angle ABC=\angle ACB=45^\circ$.

$\therefore \angle ABF=135^\circ$.
 $\because \angle BCD=90^\circ$,
 $\therefore \angle ACD=135^\circ. \therefore \angle ABF=\angle ACD$1分

$\because CB=CD, CB=BF, \therefore BF=CD$2分

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle ACD$ 中,

$AB=AC, \angle ABF=\angle ACD, BF=CD$,

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle ACD. \therefore AD=AF$3分

(2) 由(1)知, $AF=AD, \triangle ABF \cong \triangle ACD$,

$\therefore \angle FAB=\angle DAC$4分

$\because \angle BAC=90^\circ, \therefore \angle EAB=\angle BAC=90^\circ. \therefore \angle EAF=\angle BAD$5分

$\because AB=AC, AC=AE, \therefore AB=AE$6分

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle ABD$ 中, $AE=AB, \angle EAF=\angle BAD, AF=AD$,

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle ABD. \therefore BD=EF$7分

(3) 四边形ABNE是正方形.8分

$\because CD=CB, \angle BCD=90^\circ, \therefore \angle CBD=45^\circ$.

$\because \angle ABC=45^\circ, \therefore \angle ABD=90^\circ. \therefore \angle ABN=90^\circ$9分

由(2)知, $\angle EAB=90^\circ, \triangle AEF \cong \triangle ABD, \therefore \angle AEF=\angle ABD=90^\circ$.

\therefore 四边形ABNE是矩形.10分

又 $\because AE=AB, \therefore$ 矩形ABNE是正方形.11分

25. (本小题满分12分)

解: (1) \because 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过点A(-2, 0), 点B(4, 0), D(2, 4),

\therefore 设抛物线的函数表达式为 $y=a(x+2)(x-4)$,1分

则 $-8a=4$. 解, 得 $a=-\frac{1}{2}$2分

\therefore 抛物线的函数表达式为 $y=-\frac{1}{2}(x+2)(x-4)$. 即 $y=-\frac{1}{2}x^2+x+4$3分

(2) 分两种情况.

情况一: 若点E在直线CD上方的抛物线上, 记作 E_1 , 连接 CE_1 .

过点 E_1 作 $E_1F_1 \perp CD$, 垂足为点 F_1 .

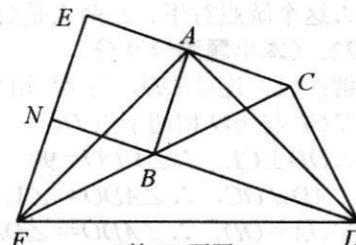
由(1)知, $OC=4$.

$\because \angle ACO=\angle E_1CF_1, \therefore \tan \angle ACO=\tan \angle E_1CF_1$,

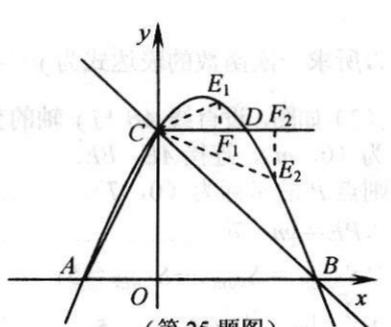
即 $\frac{AO}{CO}=\frac{E_1F_1}{CF_1}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$4分

设线段 $E_1F_1=h$, 则 $CF_1=2h$,

\therefore 点 E_1 的坐标为 $(2h, h+4)$.



(第24题图)



(第25题图)

将 $E_1(2h, h+4)$ 代入 $y=-\frac{1}{2}x^2+x+4$, 解, 得 $h_1=0$ (舍去), $h_2=\frac{1}{2}$5分

\therefore 点 E_1 的坐标为 $(1, \frac{9}{2})$6分

情况二: 若点E在直线CD下方的抛物线上, 记作 E_2 , 连接 CE_2 . 过点 E_2 作 $E_2F_2 \perp CD$, 垂足为 F_2 . 设 $E_2F_2=f$, 则 $CF_2=2f$.

\therefore 点 E_2 的坐标为 $(2f, 4-f)$7分

将 $E_2(2f, 4-f)$ 代入 $y=-\frac{1}{2}x^2+x+4$, 解, 得 $f_1=0$ (舍去), $f_2=\frac{3}{2}$.

\therefore 点 E_2 的坐标为 $(3, \frac{5}{2})$.

综上所述, 点E的坐标为 $(1, \frac{9}{2})$ 或 $(3, \frac{5}{2})$8分

(3) 可能存在两种情况.

情况一: CM 为菱形的边长. 如图①, 在第一象限内抛物线上取点 P_1 , 过点 P_1 作 $P_1N_1 \parallel y$ 轴, 交 BC 于点 N_1 , 过点 P_1 作 $P_1M_1 \parallel BC$, 交 y 轴于点 M_1 , 则四边形 $CM_1P_1N_1$ 为平行四边形. 若四边形 $CM_1P_1N_1$ 是菱形, 则 $P_1M_1=P_1N_1$.

过点 P_1 作 $P_1Q_1 \perp y$ 轴, 垂足为点 Q_1 .

$\because OC=OB, \angle BOC=90^\circ, \therefore \angle OCB=45^\circ$.

$\therefore \angle P_1M_1C=45^\circ$.

设点 $P_1(m, -\frac{1}{2}m^2+m+4)$,

在 $Rt\triangle P_1M_1Q_1$ 中, $P_1Q_1=m, \therefore P_1M_1=\sqrt{2}m$.

\because 直线 BC 经过点 $B(4, 0)$, 点 $C(0, 4)$,

可求直线 BC 的函数表达式为 $y=-x+4$.

$\because P_1N_1 \parallel y$ 轴, $\therefore N_1$ 的坐标为 $(m, -m+4)$.

$\therefore P_1N_1=-\frac{1}{2}m^2+m+4-(-m+4)=-\frac{1}{2}m^2+2m$9分

$\therefore \sqrt{2}m=-\frac{1}{2}m^2+2m$. 解, 得 $m_1=0$ (舍去), $m_2=4-2\sqrt{2}$.

此时菱形 $CM_1P_1N_1$ 的边长为: $\sqrt{2}(4-2\sqrt{2})=4\sqrt{2}-4$11分

情况二: CM 为菱形的对角线. 如图②, 在第一象限内抛物线上取点 P_2 , 过点 P_2 作 $P_2M_2 \parallel BC$, 交 y 轴于点 M_2 , 连接 CP_2 , 过点 M_2 作 $M_2N_2 \parallel CP_2$, 交 BC 于点 N_2 , 则四边形 $CP_2M_2N_2$ 为平行四边形. 连接 P_2N_2 交 CM_2 于点 Q_2 .

若 $CP_2M_2N_2$ 为菱形, 则 $P_2Q_2 \perp CM_2, \angle P_2CQ_2=\angle N_2CQ_2$.

$\because \angle OCB=45^\circ, \therefore \angle N_2CQ_2=45^\circ. \therefore \angle P_2CQ_2=45^\circ$.

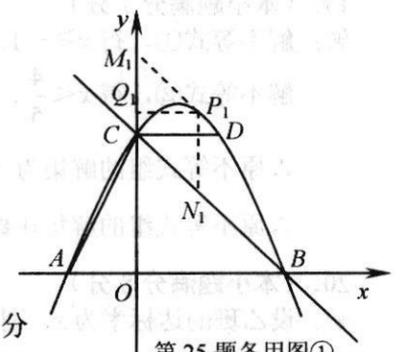
$\therefore \angle CP_2Q_2=\angle P_2CQ_2=45^\circ. \therefore P_2Q_2=CQ_2$.

设点 $P_2(n, -\frac{1}{2}n^2+n+4), \therefore CQ_2=n, OQ_2=n+4$.

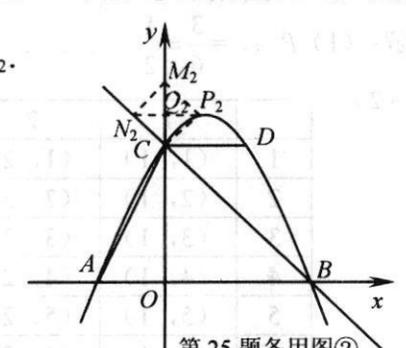
$\therefore n+4=-\frac{1}{2}n^2+n+4$. 解, 得 $n_1=n_2=0$.

\therefore 此情况不存在.

综上所述, 菱形的边长为: $4\sqrt{2}-4$12分



第25题备用图①



第25题备用图②