

# 湖北省咸宁市 2017 年初中毕业生学业考试 数学试卷

## 考生注意:

1. 本试卷分试题卷和答题卡;全卷 24 小题,满分 120 分;考试时间 120 分钟。
2. 考生答题前,请将自己的学校、姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡指定的位置,同时认真阅读答题卡上的注意事项。
3. 考生答题时,请按照题号顺序在答题卡上各题目的答题区域内作答,写在试题卷上无效。

## 试题卷

一、精心选一选(本大题共 8 小题,每小题 3 分,满分 24 分。在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的,请在答题卡上将正确选项的代号涂黑)

1. 下表是我市四个景区今年 2 月份某天 6 时的气温,其中气温最低的景区是( )

景区	潜山公园	陆水湖	隐水洞	三湖连江
气温	-1℃	0℃	-2℃	2℃

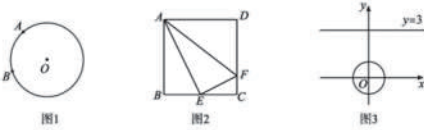
- A. 潜山公园 B. 陆水湖 C. 隐水洞 D. 三湖连江
2. 在绿满鄂南行动中,咸宁市计划 2015 年至 2017 年三年间植树造林 1210000 亩,全力打造绿色生态旅游城市,将 1210000 用科学记数法表示为( )
- A.  $1.21 \times 10^4$  B.  $12.1 \times 10^5$  C.  $1.21 \times 10^7$  D.  $1.21 \times 10^6$
3. 下列算式中,结果等于  $a^6$  的是( )
- A.  $a^2 + a^4$  B.  $a^2 \cdot a^4$  C.  $a^3 + a^3$  D.  $(a^3)^2$
4. 如图是某个几何体的三视图,该几何体是( )
- A. 三棱柱 B. 三棱锥 C. 圆柱 D. 圆锥
5. 由于受 H7N9 禽流感的影响,我市某城区今年 2 月份鸡的价格比 1 月份下降  $a\%$ ,3 月份比 2 月份下降  $b\%$ ,已知 1 月份鸡的价格为 24 元/千克,设 3 月份鸡的价格为  $m$  元/千克,则( )
- A.  $m = 24(1-a\% - b\%)$  B.  $m = 24(1-a\%)b\%$   
 C.  $m = 24 - a\% - b\%$  D.  $m = 24(1-a\%)(1-b\%)$
6. 已知  $a, b, c$  为常数,点  $P(a, c)$  在第二象限,则关于  $x$  的方程  $ax^2 + bx + c = 0$  根的情况是( )
- A. 有两个相等的实数根 B. 有两个不相等的实数根  
 C. 没有实数根 D. 无法判断
7. 如图,⊙O 的半径为 3,四边形 ABCD 内接于⊙O,连接 OB, OD, 若  $\angle BOD = \angle BCD$ ,则  $\widehat{BD}$  的长为( )
- A.  $\pi$  B.  $\frac{3}{2}\pi$  C.  $2\pi$  D.  $3\pi$
8. 在平面直角坐标系  $xOy$  中,将一块含有  $45^\circ$  角的直角三角板如图放置,直角顶点 C 的坐标为  $(1, 0)$ ,顶点 A 的坐标为  $(0, 2)$ ,顶点 B 恰好落在第一象限的双曲线上,现将直角三角板沿  $x$  轴正方向平移,当顶点 A 恰好落在该双曲线上时停止运动,则此时点 C 的对应点  $C'$  的坐标为( )
- A.  $(\frac{3}{2}, 0)$  B.  $(2, 0)$  C.  $(\frac{5}{2}, 0)$  D.  $(3, 0)$

二、细心填一填(本大题共 8 小题,每小题 3 分,满分 24 分。请把答案填在答题卡相应题号的横线上)

9. 8 的立方根是\_\_\_\_\_。
10. 化简:  $\frac{x^2-1}{x} + \frac{x+1}{x} =$ \_\_\_\_\_。
11. 分解因式:  $2a^2 - 4a + 2 =$ \_\_\_\_\_。
12. 如图,直线  $y = mx + n$  与抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  交于  $A(-1, p)$ ,  $B(4, q)$  两点,则关于  $x$  的不等式  $mx + n > ax^2 + bx + c$  的解集是\_\_\_\_\_。
13. 小明的爸爸是个“健步走”运动爱好者,他用手机软件记录了某个月(30 天)每天健步走的步数,并将记录结果绘制成了如下统计表:
- | 步数(万步) | 1.1 | 1.2 | 1.3 | 1.4 | 1.5 |
|--------|-----|-----|-----|-----|-----|
| 天数     | 3   | 7   | 5   | 12  | 3   |
- 在每天所走的步数这组数据中,众数和中位数分别是\_\_\_\_\_。
14. 如图,点 O 是矩形纸片 ABCD 的对称中心, E 是 BC 上一点,将纸片沿 AE 折叠后,点 B 恰好与点 O 重合,若  $BE = 3$ ,则折痕 AE 的长为\_\_\_\_\_。
15. 如图,边长为 4 的正六边形 ABCDEF 的中心与坐标原点 O 重合,  $AF \parallel x$  轴,将正六边形 ABCDEF 绕点 O 顺时针旋转  $n$  次,每次旋转  $60^\circ$ ,当  $n = 2017$  时,顶点 A 的坐标为\_\_\_\_\_。
16. 如图,在  $Rt\triangle ACB$  中,  $BC = 2$ ,  $\angle BAC = 30^\circ$ ,斜边 AB 的两个端点分别在相互垂直的射线 OM, ON 上滑动,下列结论:
- ①若 C, O 两点关于 AB 对称,则  $OA = 2\sqrt{3}$ ;
  - ②C, O 两点距离的最大值为 4;
  - ③若 AB 平分 CO,则  $AB \perp CO$ ;
  - ④斜边 AB 的中点 D 运动路径的长为  $\frac{\pi}{2}$ 。
- 其中正确的是\_\_\_\_\_。(把你认为正确结论的序号都填上)
- 三、专心解一解(本大题共 8 小题,满分 72 分。请认真读题,冷静思考。解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤,请把解题过程写在答题卡相应题号的位置)
17. (本题满分 8 分,每小题 4 分)
- (1) 计算:  $|- \sqrt{3}| - \sqrt{48} + 2017^0$ ; (2) 解方程:  $\frac{1}{2x} = \frac{2}{x-3}$ 。
18. (本题满分 7 分)
- 如图,点 B, E, C, F 在一条直线上,  $AB = DF$ ,  $AC = DE$ ,  $BE = FC$ 。
- (1) 求证:  $\triangle ABC \cong \triangle DFE$ ;
- (2) 连接 AF, BD, 求证: 四边形 ABDF 是平行四边形。
19. (本题满分 8 分)
- 咸宁市某中学为了解本校学生对新闻、体育、动画、娱乐四类电视节目的喜爱情况,随机抽取了部分学生进行问卷调查,根据调查结果绘制了如下图所示的两幅不完整统计图,请你根据图中信息解答下列问题:
- (1) 补全条形统计图,“体育”对应扇形的圆心角是\_\_\_\_\_度;
- (2) 根据以上统计图,估计该校 2000 名学生中喜爱“娱乐”的有\_\_\_\_\_人;
- (3) 在此次问卷调查中,甲、乙两班分别有 2 人喜爱新闻节目,若从这 4 人中随机抽取 2 人去参加“新闻小记者”培训,请用列表法或画树状图的方法求所抽取的 2 人来自不同班级的概率。
20. (本题满分 8 分)
- 小慧根据学习函数的经验,对函数  $y = |x - 1|$  的图象与性质进行了探究。
- 下面是小慧的探究过程,请补充完成:
- (1) 函数  $y = |x - 1|$  的自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_;
- (2) 列表,找出  $y$  与  $x$  的几组对应值:
- | $x$ | -1  | 0 | 1 | 2 | 3 | ... |
|-----|-----|---|---|---|---|-----|
| $y$ | $b$ | 1 | 0 | 1 | 2 | ... |
- 其中,  $b =$ \_\_\_\_\_。
- (3) 在平面直角坐标系  $xOy$  中,描出以上表中各对应值为坐标的点,并画出该函数的图象;
- (4) 写出该函数的一条性质:\_\_\_\_\_。
21. (本题满分 9 分)
- 如图,在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ , 以 AB 为直径的⊙O 与边 BC, AC 分别交于 D, E 两点,过点 D 作  $DF \perp AC$ ,垂足为点 F。
- (1) 求证: DF 是⊙O 的切线;
- (2) 若  $AE = 4$ ,  $\cos A = \frac{2}{5}$ , 求 DF 的长。
22. (本题满分 10 分)
- 某公司开发出一款新的节能产品,该产品的成本价为 6 元/件,该产品在正式投放市场前通过代销点进行了为期一个月(30 天)的试销售,售价为 8 元/件,工作人员对销售情况进行了跟踪记录,并将记录情况绘成图象,图中的折线 ODE 表示日销售量  $y$  (件)与销售时间  $x$  (天)之间的函数关系,已知线段 DE 表示的函数关系中,时间每增加 1 天,日销售量减少 5 件。
- (1) 第 24 天的日销售量是\_\_\_\_\_件,日销售利润是\_\_\_\_\_元;
- (2) 求  $y$  与  $x$  之间的函数关系式,并写出  $x$  的取值范围;
- (3) 日销售利润不低于 640 元的天数共有多少天?试销期间,日销售最大利润是多少元?

23. (本题满分 10 分)

定义: 数学活动课上,李老师给出如下定义:如果一个三角形有一边上的中线等于这条边的一半,那么称这个三角形为“智慧三角形”。

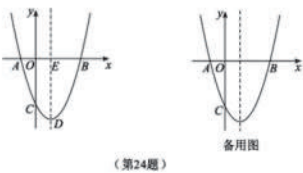


- 理解:
- (1) 如图 1, 已知 A, B 是⊙O 上两点,请在圆上找出满足条件的点 C,使  $\triangle ABC$  为“智慧三角形”(画出点 C 的位置,保留作图痕迹);
- (2) 如图 2, 在正方形 ABCD 中, E 是 BC 的中点, F 是 CD 上一点,且  $CF = \frac{1}{4}CD$ , 试判断  $\triangle AEF$  是否为“智慧三角形”,并说明理由;
- 运用:
- (3) 如图 3, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, ⊙O 的半径为 1, 点 Q 是直线  $y = 3$  上的一点. 若在⊙O 上存在一点 P, 使得  $\triangle OPQ$  为“智慧三角形”, 当其面积取得最小值时, 直接写出此时点 P 的坐标。

24. (本题满分 12 分)

如图, 抛物线  $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$  与  $x$  轴交于 A, B 两点, 与  $y$  轴交于点 C, 其对称轴交抛物线于点 D, 交  $x$  轴于点 E, 已知  $OB = OC = 6$ 。

- (1) 求抛物线的解析式及点 D 的坐标;
- (2) 连接 BD, F 为抛物线上一点, 当  $\angle FAB = \angle EDB$  时, 求点 F 的坐标;
- (3) 平行于  $x$  轴的直线交抛物线于 M, N 两点, 以线段 MN 为对角线作菱形 MPNQ, 当点 P 在  $x$  轴上, 且  $PQ = \frac{1}{2}MN$  时, 求菱形对角线 MN 的长。



## 湖北省咸宁市 2017 年初中毕业生学业考试

### 数学试题参考答案及评分说明

- 一、精心选一选(每小题 3 分, 本大题满分 24 分)
- | 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | C | D | B | A | D | B | C | C |
- 二、细心填一填(每小题 3 分, 本大题满分 24 分)
9. 2    10.  $x-1$     11.  $2(a-1)^2$     12.  $x < -1$  或  $x > 4$
13. 1.4, 1.35    14. 6    15.  $(2, 2\sqrt{3})$     16. ①② (多填或少填均不给分)
- 三、专心解一解(本大题满分 72 分)
17. (1) 解: 原式  $= \sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 1 = -3\sqrt{3} + 1$  .....3分
- (2) 解: 方程两边同乘  $2x(x-3)$ , 得  $x-3=4x$ , .....1分  
 解得  $x=-1$ , .....2分  
 检验: 当  $x=-1$  时,  $2x(x-3) \neq 0$  .....3分  
 所以, 原分式方程的解为  $x=-1$ . .....4分
18. (1)  $\because BE=FC$ , .....2分  
 $\therefore BC=FE$ .  
 在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DFE$  中,  
 $\begin{cases} AB=DF, \\ AC=DE, \\ BC=FE, \end{cases}$   
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle DFE$  (SSS). .....4分
- (2) 连接 AF, BD, 由 (1) 知  $\triangle ABC \cong \triangle DFE$ , .....5分  
 $\therefore \angle ABC = \angle DFE$ ,  
 $\therefore AB \parallel DF$ . .....6分  
 又  $AB=DF$ ,  
 $\therefore$  四边形 ABDF 是平行四边形. ....7分
19. (1) 补充图如下, .....1分
72. .....4分
- (2) 700. ....4分
- (3) 画树状图如下:
- ```

    开始
    /  |  \
   甲1 甲2 甲3
  /  \  /  \  /  \
甲1乙1 甲2乙1 甲3乙1 甲1乙2 甲2乙2 甲3乙2
    
```
- 从树状图可以看出, 共有 12 种等可能结果, 其中, 抽取的 2 人来自不同班级的有 8 种, 即  $(甲_1, 乙_1)$ ,  $(甲_1, 乙_2)$ ,  $(甲_2, 乙_1)$ ,  $(甲_2, 乙_2)$ ,  $(乙_1, 甲_1)$ ,  $(乙_1, 甲_2)$ ,  $(乙_2, 甲_1)$ ,  $(乙_2, 甲_2)$ .
- $\therefore$  抽取的 2 人来自不同班级的概率为:  $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ . ....8分
20. 解: (1) 任意实数(或填“全体实数”), .....1分
- (2) .....2分
- (3) 描点, 画函数图象如下图所示:
- 
- (说明: 描点 1 分, 画图象 2 分, 图象画成线段的扣 1 分) .....5分
- (4) 参考答案:  
 ①函数的最小值为 0;  
 ②函数图象的对称轴为直线  $x=1$ ;  
 ③当  $x > 1$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大;  
 ④当  $x < 1$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小;  
 (说明: 答案不唯一, 写出一条即可, 其它答案合理也行) .....8分
21. (1) 证明: 连接 OD.  
 $\because OB=OD$ ,  
 $\therefore \angle ODB = \angle B$ .  
 又  $AB=AC$ ,  
 $\therefore \angle C = \angle B$ .  
 $\therefore \angle ODB = \angle C$ .  
 $\therefore OD \parallel AC$ , .....2分

$\because DF \perp AC$ ,  $\therefore \angle DFC = 90^\circ$ .  
 $\therefore \angle ODF = \angle DFC = 90^\circ$ ,  
 $\therefore DF$  是⊙O 的切线. ....4分

- (2) 解: 过点 O 作  $OG \perp AC$ , 垂足为 G.  
 $\therefore AG = \frac{1}{2}AE = 2$ . .....5分  
 $\because \cos A = \frac{AG}{OA}$ ,  $\therefore OA = \frac{AG}{\cos A} = 5$ .  
 $\therefore OG = \sqrt{OA^2 - AG^2} = \sqrt{21}$ . .....7分  
 $\because \angle ODF = \angle DFG = \angle OGF = 90^\circ$ ,  
 $\therefore$  四边形 OGF D 为矩形,  
 $\therefore DF = OG = \sqrt{21}$ . .....9分  
 (说明: 本题解法多样, 不同解法参考给分)

22. 解: (1) 330, .....1分  
 660. ....2分
- (2) 设线段 OD 所表示的  $y$  与  $x$  之间的函数解析式为  $y=kx$ .  
 因为  $y=kx$  的图像过点  $(17, 340)$ ,  
 $\therefore 17k=340$ , 解得  $k=20$ .  
 所以线段 OD 所表示的  $y$  与  $x$  之间的函数解析式为:  $y=20x$ . .....3分  
 根据题意, 得线段 DE 所表示的  $y$  与  $x$  之间的函数解析式为:  
 $y=340-5(x-22)=-5x+450$ . ....4分

$\therefore D$  是线段 OD 与线段 DE 的交点,  
 解方程组  $\begin{cases} y=20x, \\ y=-5x+450. \end{cases}$  得  $\begin{cases} x=18, \\ y=360. \end{cases}$   
 $\therefore D$  的坐标为  $(18, 360)$ . .....5分  
 $\therefore y = \begin{cases} 20x, & 0 \leq x \leq 18 \\ -5x+450, & 18 < x \leq 30 \end{cases}$  .....6分

- (3) 当  $0 \leq x \leq 18$  时, 由题意得  $(8-6) \times 20x > 640$ , 解得  $x > 16$ ;  
 当  $18 < x \leq 30$  时, 由题意得  $(8-6) \times (-5x+450) > 640$ , 解得  $x < 26$ ;  
 $\therefore 16 < x < 26$ , .....7分  
 $26-16+1=11$  (天).  
 $\therefore$  日销售利润不低于 640 元共有 11 天. ....8分  
 $\therefore D$  的坐标为  $(18, 360)$ ,  $\therefore$  日最大销售量为 360 件.  
 $(8-6) \times 360 = 720$  (元)  
 $\therefore$  试销期间, 日销售最大利润为 720 元. ....10分

23. 解: (1) 如图 1 所示:



(说明: 画对一个给 1 分, 无画图痕迹的不给分) .....2分

(2)  $\triangle AEF$  是“智慧三角形”, 理由如下: .....3分



$\because$  四边形 ABCD 是正方形,  $\therefore \angle B = \angle C = 90^\circ$ ,  $AB = BC = CD$ .  
 $\because E$  是 BC 的中点, 且  $CF = \frac{1}{4}CD$ ,  
 $\therefore BE = EC = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}AB$ ,  $CF = \frac{1}{4}AB$ .  
 $\therefore \frac{CF}{BE} = \frac{EC}{AB} = \frac{1}{2}$ ,  
 又  $\angle B = \angle C = 90^\circ$ ,  
 $\therefore \triangle ECF \sim \triangle ABE$ .  $\therefore \angle CEF = \angle BAE$ . .....4分  
 $\therefore \angle BAE + \angle AEB = 90^\circ$   
 $\therefore \angle CEF + \angle AEB = 90^\circ$ ,  
 $\therefore \angle AEF = 90^\circ$ .  
 $\therefore \triangle AEF$  为直角三角形. ....5分  
 $\therefore$  斜边 AF 上的中线等于 AF 的一半. (说明: 没有这一步扣 1 分)  
 $\therefore \triangle AEF$  是“智慧三角形”. ....6分

- (3)  $P_1(\frac{2\sqrt{2}}{3}, \frac{1}{3})$ , .....8分  
 $P_2(\frac{2\sqrt{2}}{3}, \frac{1}{3})$ . ....10分

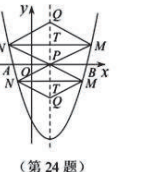
- (1)  $\because OB=OC=6$ ,  $\therefore B(6, 0)$ ,  $C(0, -6)$ .  
 $\therefore \begin{cases} \frac{1}{2} \times 6^2 + 6b + c = 0 \\ c = -6 \end{cases}$  解得  $\begin{cases} b = -2 \\ c = -6 \end{cases}$ .  
 $\therefore$  抛物线的解析式为:  $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 6$ . .....2分  
 $\therefore y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 6 = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 8$ ,  
 $\therefore$  点 D 的坐标为  $(2, -8)$ . ....4分

- (2) 如图, 当点 F 在  $x$  轴上方时, 设点 F 的坐标为  $(x, \frac{1}{2}x^2 - 2x - 6)$ .  
 过点 F 作  $FG \perp x$  轴于点 G, 易求  $OA=2$ ,  
 则  $AG=x-2$ ,  $FG = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 6$ .  
 $\therefore \angle FAB = \angle EDB$ ,  $\therefore \tan \angle FAG = \tan \angle BDE$ .  
 即  $\frac{\frac{1}{2}x^2 - 2x - 6}{x-2} = \frac{1}{2}$ , 解得:  $x_1 = 7$ ,  $x_2 = -2$  (舍去).  
 当  $x=7$  时,  $y = \frac{9}{2}$ .  
 $\therefore$  点 F 的坐标为  $(7, \frac{9}{2})$ . .....6分  
 当点 F 在  $x$  轴下方时, 同理求得点 F 的坐标为  $(5, -\frac{7}{2})$ .

综上所述, 点 F 的坐标为  $(7, \frac{9}{2})$  或  $(5, -\frac{7}{2})$ . ....8分

- (3) 因为点 P 在  $x$  轴上, 根据菱形的对称性可知点 P 的坐标为  $(2, 0)$ .  
 如图, 当 MN 在  $x$  轴上方时, 设 T 为菱形对角线的交点.

$\because PQ = \frac{1}{2}MN$ ,  $\therefore MT = 2PT$ .  
 设  $TP=n$ , 则  $MT=2n$ .  $\therefore M(2+2n, n)$   
 $\because M$  在抛物线上,  
 $\therefore n = \frac{1}{2}(2+2n)^2 - 2(2+2n) - 6$ .  
 化简得:  $2n^2 - n - 8 = 0$ .  
 解得  $n_1 = \frac{-1 + \sqrt{65}}{4}$ ,  $n_2 = \frac{-1 - \sqrt{65}}{4}$  (舍去).  
 $\therefore MN = 2MT = 4n = \sqrt{65} + 1$ . .....10分  
 当 MN 在  $x$  轴下方时, 设  $TP=n$ , 得  $M(2+2n, -n)$ .  
 $\therefore -n = \frac{1}{2}(2+2n)^2 - 2(2+2n) - 6$ .  
 化简得:  $2n^2 + n - 8 = 0$ .  
 解得  $n_1 = \frac{-1 + \sqrt{65}}{4}$ ,  $n_2 = \frac{-1 - \sqrt{65}}{4}$  (舍去).  
 $\therefore MN = 2MT = 4n = \sqrt{65} - 1$ .  
 $\therefore$  综上所述, 菱形对角线 MN 的长为  $\sqrt{65} + 1$  或  $\sqrt{65} - 1$ . ....12分



(第 24 题)